



# ? Fragen zu "Frequenzverhältnisse von Tonabständen"

Zwölf gleichschwebend-temperierte Halbtöne ergeben zusammen das Intervall einer Oktave. Jeder Halbtonschritt hat das Frequenzverhältnis von  $y = \sqrt[12]{2}$ , denn diese Zahl zwölfmal mit sich selbst multipliziert ergibt 2, das ist das Frequenzverhältnis einer Oktave. Der Taschenrechner zeigt für  $2^{1/12} = 1,059463094$ , also das Frequenzverhältnis eines Halbtonschritts.

**Ein Halbtonschritt ist das Frequenzverhältnis  $y = f_2 / f_1 = 1,059463$**

Das Intervall eines Ganztons hat das Frequenzverhältnis von  $y = 1,059463$  zum Quadrat = 1,122462.

Eine Quinte hat das Frequenzverhältnis von  $y = 1,498307$  und eine Quarte hat 1,334840. Beide Zahlen liegen sehr dicht bei der reinen Stimmung mit dem Frequenzverhältnis von  $3 / 2 = 1,500000$  und  $4 / 3 = 1,333333$ .

Die große Terz hat das Frequenzverhältnis von  $y = 1,259921$  und die kleine Terz hat 1,189207. Das Frequenzverhältnis liegt hierbei nicht so dicht bei der reinen Stimmung mit  $5 / 4 = 1,25$  und  $6 / 5 = 1,2$ .

**Frage:**

1. Um wieviel Prozent ändert sich die Tonhöhe, wenn man sie mit "Pitch Shifting" um einen Viertelton höher stellt?

UdK Berlin  
Sengpiel  
11.98  
F + A

## Cent-Einteilung von Tonabständen

Anstatt mit Frequenzverhältnissen zu arbeiten, vergleicht man oft die Größe der Intervalle mit Hilfe der Cent-Einteilung. Das Cent eignet sich vor allem in der musikalischen Akustik zur genauen zahlenmäßigen Darstellung sehr kleiner Intervalle und bei der Untersuchung fremdländischer Tonsysteme. Ein Cent ist ein Hundertstel eines Halbtonschritts in der gleichschwebend-temperierten Stimmung, das heißt umgekehrt, ein Halbtonschritt hat 100 cent und ein Ganztonschritt hat 200 cent. Deshalb hat eine Oktave auch 1200 cent und eine reine Quinte demnach 700 cent.

**Ein Cent ist das Frequenzverhältnis  $y = f_2 / f_1 = 2^{1/1200} = 1,00057779$**

100 cent sind das Frequenzverhältnis von  $2^{1/12} = 1,059463094$ , also ein Halbtonschritt.

**Frage:**

2. Wieviel Cent war die Stimmung des Kammertons a' zu Mozarts Zeiten mit  $f_2 = 421$  Hz tiefer als der heutige Kammerton a' mit  $f_1 = 440$  Hz?

**Merke:** Im Gegensatz zu anderen Sprachen heißt der Plural im Deutschen nicht "cents", sondern "cent" und wird als Maßeinheit für das Frequenzverhältnis ausnahmsweise häufig klein geschrieben.

## Mathematik der Oktave

**Frage:**

3. Wie groß ist die berechnete Anzahl der Oktaven  $n$  im Hi-Fi-Frequenzbereich von  $f_1 = 20$  Hz bis  $f_2 = 20$  kHz?

**Frage:**

4. Wieviel Cent hat das Intervall einer gleichschwebend temperierten "verminderten Quinte" (diabolo in musica), wie groß ist das Frequenzverhältnis  $y$  und wieviel Prozent ist die Frequenz des oberen Tons höher als der untere?

**Gleichschwebend-temperierte Intervalle:**

Halbton =	kleine Sekunde = 100 cent =
Ganzton = 2 Halbtöne = große Sekunde = 200 cent =	
1 ½-Ton = 3 Halbtöne = kleine Terz = 300 cent =	
2 Ganztöne = 4 Halbtöne = große Terz = 400 cent =	
2 ½-Ton = 5 Halbtöne = reine Quarte = 500 cent =	
3 Ganztöne = 6 Halbtöne = verm. Quinte = 600 cent =	